

Písemná práce - Skupina B

1. [15 bodů] Vypočtěte determinant matice A.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 2 & -1 \\ -1 & 4 & 1 & -2 \\ 2 & 3 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 3 & 0 \end{pmatrix}.$$

Jedná se o matici singulární nebo regulární? Zdůvodněte. Proč je to dobré vědět?

2. [25 + 5 bodů] a) Rozhodněte, která rovnice je řešitelná, a vyřešte ji

$$X \cdot \begin{pmatrix} -1 & 0 & 2 \\ 2 & 3 & 1 \\ 0 & 1 & -2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 2 & 3 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}, \quad X \cdot \begin{pmatrix} -1 & 0 & 2 \\ 2 & 3 & 1 \\ 0 & 1 & -2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 0 & 3 & -1 \end{pmatrix}.$$

Proveďte zkoušku.

b) Dále vyjádřete, čemu se rovná matice Y , pokud platí rovnice

$$AYB - C = D$$

a matice A, B, C, D a Y jsou vhodných rozměrů a regulární.

3. [15 bodů] Použitím Frobeniovy věty rozhodněte, zda systém lineárních rovnic má řešení a vyřešte jej.

$$\begin{aligned} x + 3y + 2z &= 4 \\ 3x + 7y + 9z &= 13 \\ x + y + 5z &= 4 \\ 4x + 8y + 14z &= 18. \end{aligned}$$

4. [5 bodů] Určete objem rovnoběžnostěnu sestrojeného nad vektory

$$\vec{u} = (1, 1, 1), \quad \vec{v} = (2, 1, -3), \quad \vec{w} = (1, 0, 3).$$

5. [20 bodů] Určete vzájemnou polohu přímky a roviny. Pokud přímka protíná, určete i průsečík.

$$p : 3x - y + z - 1 = 0, x + y + z - 7 = 0$$

$$\rho : 2x + y - 4z + 2 = 0.$$

Převeďte také přímku p na parametrický tvar a najděte alespoň tři body, které na ni leží.

6. [5+10 bodů] Nakreslete grafy funkcí

$$\begin{aligned} y_1 &= \sqrt[3]{x+2} - 1, \\ y_2 &= |\log_{\sqrt{2}}(|x|+1)) - 2|. \end{aligned}$$