

## Písemná práce - Skupina A

1. [15 bodů] Vypočtěte determinant matice A.

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 & 0 \\ 3 & 0 & 1 & 2 \\ 1 & 4 & 3 & 0 \\ -1 & 2 & -2 & 1 \end{pmatrix}.$$

Jedná se o matici singulární nebo regulární? Zdůvodněte. Proč je to dobré vědět?

2. [25 + 5 bodů] a) Rozhodněte, která rovnice je řešitelná, a vyřešte ji

$$\begin{pmatrix} 1 & 3 & 0 \\ 3 & 2 & 1 \\ -1 & 0 & -2 \end{pmatrix} \cdot X = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 2 & -1 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 1 & 3 & 0 \\ 3 & 2 & 1 \\ -1 & 0 & -2 \end{pmatrix} \cdot X = \begin{pmatrix} 0 & 2 & 1 \\ 1 & -1 & 3 \end{pmatrix}.$$

Proveďte zkoušku.

b) Dále vyjádřete, čemu se rovná matice  $Y$ , pokud platí rovnice

$$D - AYB = C$$

a matice  $A, B, C, D$  a  $Y$  jsou vhodných rozměrů a regulární.

3. [15 bodů] Použitím Frobeniovy věty rozhodněte, zda systém lineárních rovnic má řešení a vyřešte jej.

$$\begin{aligned} x - y &= 1 \\ -x + 2y + 3z &= 0 \\ x - 2z &= 2 \\ 2x + 4y + z &= 8. \end{aligned}$$

4. [5 bodů] Určete obsah rovnoběžníku sestrojeného nad vektory

$$\vec{u} = (1, -1, 2), \quad \vec{v} = (0, -2, 4).$$

5. [20 bodů] Rozhodněte o vzájemné poloze přímek  $p$  a  $q$ . Pokud se protínají, určete i jejich prusečík. Přímka  $p$  je určena bodem  $A = [-1, 18, 10]$  a směrovým vektorem  $\vec{s} = (1, 9, 5)$ . Přímka  $q$  je pak dána jako průsečnice těchto rovin

$$x + y - 2z + 3 = 0, \quad 3x - 2y + 3z + 9 = 0.$$

Na obou přímkách určete nejméně tři body, které na nich leží.

6. [5+10 bodů] Nakreslete grafy funkcí

$$\begin{aligned} y_1 &= \operatorname{tg}\left(x - \frac{\pi}{2}\right) + 2, \\ y_2 &= \left| \left(\frac{2}{3}\right)^{|x+2|} - 1 \right|. \end{aligned}$$