

## Písemná práce - Skupina B

1. [15 bodů] Vypočtete determinant matice  $A$ .

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 2 & 1 & 4 \\ 5 & -4 & 0 & 3 \\ -2 & 1 & 2 & 0 \\ 3 & -1 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Jedná se o matici singulární nebo regulární? Zdůvodněte. Proč je to dobré vědět?

2. [20 + 5 bodů] a) Pokud to lze, určete matici  $X$ , pro kterou platí

$$X \cdot \begin{pmatrix} 0 & 3 & 1 \\ 1 & 0 & -1 \\ 1 & 2 & -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & -1 \end{pmatrix}.$$

V případě že taková matice  $X$  nelze spočítat, zdůvodněte proč.

b) Dále vyjádřete, čemu se rovná matice  $Y$ , pokud platí rovnice

$$(A + BY)C = D$$

a matice  $A, B, C, D$  a  $Y$  jsou vhodných rozměrů a regulární.

3. [10 bodů] Řešte soustavu lineárních rovnic

$$\begin{aligned} 4x - 3y + 2z &= 10 \\ x + 3y - 4z &= -2 \\ -2x - 1y + 5z &= 1. \end{aligned}$$

4. [10 bodů] Uvažujte rozšířenou matici soustavy v tomto tvaru

$$\left( \begin{array}{cccc|c} 1 & -2 & 2 & 3 & 4 \\ 0 & 0 & -1 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array} \right).$$

Je tato soustava řešitelná? Kolik má řešení a v jakém tvaru? Proč?

5. [5 bodů] Určete úhel, který svírají tyto vektory

$$\vec{u} = (2, 2, 0), \quad \vec{v} = (0, 3, -3).$$

6. [20 bodů] Ukažte, že roviny  $\rho_1$  a  $\rho_2$  jsou rovnoběžné a určte jejich vzdálenost. Rovina  $\rho_1$  je určena těmito body:

$$A = [0, 2, 0], \quad B = [0, -1, -1], \quad C = [-2, -1, 0]$$

a

$$\rho_2 : 3x - 2y + 6z - 10 = 0$$

7. [6+9 bodů] Nakreslete grafy funkcí

$$y_1 = 3 - \left(\frac{4}{5}\right)^{(x-2)},$$

$$y_2 = \frac{1}{2} \cos\left(\frac{x}{3} - \frac{\pi}{6}\right) - 1.$$