

Písenná práce - Skupina A

1. [15 bodů] Vypočítejte determinant matice A .

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 & 2 \\ 1 & -2 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 0 & 2 \\ 4 & 3 & 2 & -1 \end{pmatrix}.$$

Jedná se o matici singulární nebo regulární? Zdůvodněte. Proč je to dobré vědět?

2. [20 + 5 bodů] a) Pokud to lze, určete matici X , pro kterou platí

$$\begin{pmatrix} -1 & 2 & 3 \\ 2 & 0 & 2 \\ 1 & 3 & 0 \end{pmatrix} \cdot X = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & -1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

V případě že taková matice X nelze spočítat, zdůvodněte proč.

b) Dále vyjádřete, čemu se rovná matice Y , pokud platí rovnice

$$B(AY + C) = D$$

a matice A, B, C, D a Y jsou vhodných rozměrů a regulární.

3. [10 bodů] Řešte soustavu lineárních rovnic

$$\begin{aligned} 5x + y + 6z &= 16 \\ 3x + 5y + 7z &= 12 \\ x + 2y - 3z &= -7. \end{aligned}$$

4. [10 bodů] Uvažujte rozšířenou matici soustavy v tomto tvaru

$$\left(\begin{array}{cccc|c} 1 & 2 & 3 & 4 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array} \right).$$

Je tato soustava řešitelná? Kolik má řešení a v jakém tvaru? Proč?

5. [5 bodů] Jsou dány vektory

$$\vec{u} = (1, 2, 0), \quad \vec{v} = (1, -1, 1).$$

Spočtete

$$\frac{[(\vec{u} \cdot \vec{v}) \cdot \vec{u}] \times \vec{v}}{\vec{v} \cdot \vec{v}}.$$

6. [20 bodů] Napište rovnici přímky q , která je rovnoběžná s přímkou

$$p: 2x + 2y + z - 7 = 0, \quad x - 2y + 2z + 5 = 0$$

a prochází bodem $A = [1, -1, 2]$. Dále spočtete vzdálenost přímek p a q .

7. [6+9 bodů] Nakreslete grafy funkcí

$$y_1 = \log_{\pi}(3 - x) - 2,$$

$$y_2 = 1 + 3 \sin(2x + \pi).$$