

Písemná práce - 5.1.2012

1. [15 bodů] Vypočtěte determinanty následujících matic:

$$A = \begin{pmatrix} -2 & 1 & 3 & 4 \\ 1 & 0 & 1 & 2 \\ 2 & -1 & 1 & 1 \\ 3 & 0 & -1 & 2 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 3 & 2 \\ 2 & -1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & -1 & 2 \end{pmatrix}.$$

Jedná se o matice singulární nebo regulární? Zdůvodněte.

2. [20 bodů] Určete matici X , pro kterou platí $X \cdot A = B \cdot C^T$, kde

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & -2 \\ 0 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 1 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 3 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 2 & -1 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}.$$

Napište řešení i obecně.

3. [15 bodů] Použitím Frobeniové věty rozhodněte, zda systém lineárních rovnic má řešení a vyřešte jej.

$$\begin{aligned} x_1 + 2x_2 + x_4 - 4 &= 0 \\ 3x_1 + 7x_2 + x_3 + x_4 - 15 &= 0 \\ -x_1 - 3x_2 - x_3 + x_4 + 7 &= 0 \\ 4x_1 + 11x_2 + 3x_3 - 2x_4 - 25 &= 0. \end{aligned}$$

4. [20 bodů] Bodem $A[1; 3; 2]$ veděte přímku kolmou na rovinu ρ , která je dána body $B[4; -3; -1]$, $C[3; 0; 6]$ a počátkem souřadnic. Dále bodem A veděte rovinu rovnoběžnou s rovinou ρ .

5. [15 bodů] Převeďte rovnici přímky $p : x + y - 3z + 3 = 0, 3x + 2y - z + 1 = 0$ na parametrický tvar. Napište alespoň tři body, které na této přímce leží.

6. [15 bodů] Načrtněte grafy následujících funkcí

$$y_1 = \arccos(x+1) - \frac{\pi}{2}, \quad y_2 = \ln(-x), \quad y_3 = |x^2 - 9|, \quad y_4 = 1 - e^x, \quad y_5 = \sin \frac{x}{2}.$$