

## Písemná práce - Skupina A

1. [15 bodů] Vypočtěte determinant matice A.

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 1 & 4 \\ 2 & 0 & 5 & 3 \\ 4 & 2 & 0 & 1 \\ 3 & 0 & 2 & 5 \end{pmatrix}$$

Jedná se o matici singulární nebo regulární? Zdůvodněte.

2. [15 bodů] Vypočtěte inverzní matici k matici B.

$$B = \begin{pmatrix} 4 & 1 & 2 \\ 4 & 3 & 2 \\ 0 & -2 & 1 \end{pmatrix}$$

Proveďte zkoušku (tj.  $B^{-1} \cdot B = I$ ).

3. [20 bodů] Použitím Frobeniové věty rozhodněte, zda systém lineárních rovnic má řešení a vyřešte jej.

$$\begin{aligned} 2x_1 + 3x_3 - 2x_4 + 6 &= 0 \\ 4x_1 + x_2 + 2x_3 + x_4 - 16 &= 0 \\ x_1 - 2x_2 + 3x_3 + x_4 - 1 &= 0 \\ 2x_1 - x_2 + x_3 - 1 &= 0. \end{aligned}$$

4. [10 bodů] Určete rovnici přímky procházející bodem  $A = [3, 4, 1]$  rovnoběžně s přímkou  $x - 2y + 3z - 4 = 0$ ,  $2x + y - z = 0$ .

5. [15 bodů] Určete úhel přímky  $p$  s rovinou  $\rho$ . Určete dále jejich průsečík. Převeďte rovinu na parametrický tvar.

$$p : x = 3 + 2t, y = 5 + 3t, z = 1 + t$$

$$\rho : 2x + y - 4z + 2 = 0$$

Úhel stačí vyjádřit ve tvaru goniometrické rovnice, tj. např.  $\cos(\phi) = \frac{5}{6}$  atd.

6. [10 bodů] Nakreslete graf funkce

$$y = \left( \frac{1}{\pi} \right)^{|x-1|} + 2.$$

7. [15 bodů] Určete definiční obor funkce

$$y = \log \left( \frac{1}{3x+1} \right)$$

Najděte k ní dále funkci inverzní a určete její definiční obor.