

Písemná práce - Skupina A

1. [15 bodů] Vypočtěte determinant matice A.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 & 4 \\ 3 & 5 & 1 & 1 \\ 0 & 3 & 1 & 0 \\ 2 & 0 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

Jedná se o matici singulární nebo regulární? Zdůvodněte.

2. [20 bodů] Určete matici X , pro kterou platí

$$X \cdot \begin{pmatrix} 1 & 3 & 4 \\ 2 & 2 & 6 \\ 1 & 2 & 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 & 2 & 5 \\ 1 & 3 & 4 \\ 2 & 1 & 1 \end{pmatrix}.$$

Vyjadřete X nejprve obecně, tj. $X \cdot A = B \implies X = \dots$

3. [20 bodů] Použitím Frobeniové věty rozhodněte, zda systém lineárních rovnic má řešení a vyřešte jej.

$$\begin{aligned} x_1 + 2x_2 - x_3 - 3x_4 - 2 &= 0 \\ -3x_1 - 4x_2 + 13x_4 + 5 &= 0 \\ 2x_1 + 10x_3 - 14x_4 - 2 &= 0 \\ 4x_1 + 14x_2 - 10x_3 - 11 &= 0. \end{aligned}$$

4. [15 bodů] Určete vzájemnou polohu přímek p a q . Určete jejich vzdálenost nebo jejich prusečík.

$$p : x = t - 2, y = 2t + 1, z = -t + 2$$

$$q : x = t - 2, y = 2t + 3, z = -t + 4$$

5. [10 bodů] Zjistěte, zda je daná rovnice rovnicí elipsy

$$2x^2 + 3y^2 - 4x + 18y + 23 = 0.$$

Jde-li o elipsu, najděte její střed, poloosy, ohniska a délkovou excentricitu.

6. [10 bodů] Určete inverzní funkci k funkci

$$y = 3 + 4 \ln \left(\frac{1}{2x - 1} \right).$$

Určete její definiční obor.

7. [10 bodů] Nakreslete graf funkce

$$y = 1 + 3 \sin \left(2x + \frac{\pi}{2} \right).$$