

## Písemná práce - Skupina B

1. [15 bodů] Vypočtěte determinant matice A.

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 & 2 \\ 0 & -2 & 2 & 3 \\ -1 & 3 & 0 & 2 \\ 1 & 0 & -1 & 3 \end{pmatrix}.$$

Jedná se o matici singulární nebo regulární? Zdůvodněte. Proč je to dobré vědět?

2. [20 bodů] a) Pokud to lze, určete matici  $X$ , pro kterou platí

$$\begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ -1 & 1 & -2 \\ 0 & 3 & 1 \end{pmatrix} \cdot X = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 2 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}.$$

V případě že taková matici X nelze spočítat, zdůvodněte proč.

b) Dále vyjádřete, čemu se rovná matici  $Y$ , pokud platí rovnice

$$(Y - A)B = C$$

a matice  $A, B, C$  a  $Y$  jsou vhodných rozměrů a regulární.

3. [20 bodů] Řeště soustavu lineárních rovnic

$$\begin{aligned} 4x + 9y - 8z &= 21 \\ x + 2y - 3z &= 5 \\ -3x - 9y - 3z &= -16. \end{aligned}$$

Pokud by tyto rovnice byly rovnicemi rovin, jak byste interpretovali výsledek?

4. [5 bodů] Zvolte si dva různé nenulové vektory  $\vec{u}$  a  $\vec{v}$  v prostoru (tj.  $\vec{u}, \vec{v} \in \mathbf{R}^3$ ).  
Spočtěte

$$\frac{2\vec{u} \cdot (\vec{u} \times \vec{v})}{\vec{v} \cdot \vec{u}}.$$

5. [20 bodů] Zapište rovnici přímky  $p$  zadané body  $A = [1, -1, 2]$  a  $B = [1, 5, 4]$  a přímky  $q$  určené body  $C = [2, 0, 4]$  a  $D = [0, 4, 2]$ . Dále určete kosinus (nebo sinus) úhlu, který svírají, jejich průsečík a tímto průsečíkem veďte rovinu s normálnovým vektorem na ně kolmým.

6. [10 bodů] Najděte vrchol, ohnisko, parametr a rovnici osy a řídící přímky paraboly:

$$2y^2 + 4x + 4y + 10 = 0.$$

Parabolu načrtněte. Vyznačte vrchol, ohnisko, průsečíky s osou  $x$  a osou  $y$ , řídící přímku a osu paraboly.

7. [10 bodů] Nakreslete graf funkce

$$y=\left(\frac{1}{\pi}\right)^{|x+2|}-1.$$