

Písemná práce - Skupina B

1. [15 bodů] Vypočtěte determinant matice A.

$$A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 0 & 1 \\ -1 & 2 & 1 & -2 \\ 4 & 0 & -2 & 0 \\ 0 & 3 & -2 & 1 \end{pmatrix}$$

Jedná se o matici singulární nebo regulární? Zdůvodněte. Proč je to dobré vědět?

2. [25 bodů] a) Určete matici X , pro kterou platí

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 3 & 2 & 1 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix} \cdot X = \begin{pmatrix} 2 & -3 & 1 \\ 5 & 1 & 2 \\ 4 & 1 & 5 \end{pmatrix}.$$

Proveďte zkoušku.

b) Dále vyjádřete, čemu by se rovnala matice Y , pokud platí rovnice

$$\left(\frac{1}{2}Y - A \right) B = C$$

a matice A, B, C a Y jsou vhodných rozměrů a regulární.

3. [20 bodů] Použitím Frobeniovy věty rozhodněte, zda systém lineárních rovnic má řešení a vyřešte jej.

$$\begin{aligned} 3x_1 - 5x_2 - 2x_3 + 13x_4 - 4 &= 0 \\ 7x_1 - 6x_2 + 18x_3 + 19x_4 - 33 &= 0 \\ x_1 - x_2 + 2x_3 + 3x_4 - 4 &= 0 \\ -2x_1 + 5x_2 + 8x_3 - 12x_4 - 7 &= 0. \end{aligned}$$

4. [5 bodů] Zvolte si dva různé nenulové vektory \vec{u} a \vec{v} v prostoru (tj. $\vec{u}, \vec{v} \in \mathbf{R}^3$). Spočtěte

$$\frac{(\vec{u} \times \vec{v}) \cdot \vec{u}}{|\vec{u} + \vec{v}|}.$$

5. [25 bodů] Určete rovnici přímky q , která prochází bodem $A = [1, 2, 3]$ a je kolmá k přímce $p: x = 2 + 4t, y = -1 + t, z = 1 + 2t, t \in \mathbf{R}$. Přímky p a q jsou různožnoběžné. Počátkem souřadnic veďte rovinu ρ rovnoběžně s přímkami p a q . Určete kolmý průmět bodu A do roviny ρ .

6. [10 bodů] Nakreslete graf funkce

$$y = |1 - 2 \sin x|.$$